

### Hilfsmittelfreie Fertigkeiten im Fach Mathematik

„Um Kompetenzen langfristig aufzubauen, ist eine angemessene Balance zwischen hilfsmittelfreiem Arbeiten und der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge erforderlich.“<sup>1</sup> Im Kerncurriculum „wird nur dann explizit sowohl auf den Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge als auch auf hilfsmittelfrei zu erwerbenden Kompetenzen hingewiesen, wenn Abgrenzungen deutlich werden sollen. Fehlen diese Hinweise, ist der hilfsmittelfreie Erwerb der Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten intendiert.“<sup>1</sup>

Die folgende Auswahl berücksichtigt in erster Linie Fertigkeiten, bei denen sowohl eine Lösung mit als auch ohne Hilfsmittel möglich wäre. Am Ende einer entsprechenden Unterrichtseinheit sollen die Lernenden diese Fertigkeiten beherrschen. Im folgenden Unterricht sollen die Lerninhalte durch geeignete Wiederholungen und Übungen wachgehalten werden.

#### Elementare Termumformungen

Jg	Thema	im Kopf	„zu Fuß“ (mit Notizen)
6	Brüche (Kap. 3, 5)  Addieren und Subtrahieren  Multiplizieren und Dividieren  Dezimalzahl als Bruch darstellen	$\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ $2 - \frac{1}{5}$  $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5}$ $\frac{2}{3} : 4$  $\frac{5}{6} \div \frac{7}{11}$ $0,34 = \frac{34}{100}$	$\frac{2}{5} - \frac{3}{7}$ $\frac{1}{6} + \frac{7}{3} - \frac{11}{12}$  $\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{35}$ $\frac{5}{6} \div \frac{25}{24}$
7	Terme auswerten	$y=4x$ $x=1 \rightarrow y=4$ $x=2 \rightarrow y=8$	
7	Prozentrechnung (Kapitel 2)	einfache Grundwerte, Prozentwerte und -sätze berechnen; Prozente, Dezimalzahlen und Brüche ineinander umwandeln (vgl. vorherige Kompetenzen)	
7	Rationale Zahlen (Kapitel 4)	$-3 + 12$ $-3,2 + 13,8$ $3 \cdot (-12)$ $2,5 \cdot (-4)$ $12 : (-3)$	$-3,21 + 13,18$ $13 \cdot (-57)$ $3,5 \cdot (-4,2)$ $420 : 15$ $50,4 : 12$
8	Termumformungen (Kapitel 1) Addieren und Subtrahieren von Termen	$8a + 2b - a - 4a + b$ $a - a^2 + 5a + 3a^2$	
	Auflösen einer Klammer	$4(3a + 5b)$ $-3(x - 5y)$	$2a(2,5a \cdot b - 5a \cdot b^2)$ $-5a(6b - 0,5a^2 \cdot b)$
	Ausklammern	$x^2 - 5x$ $16x - 12x^2$	
	Auflösen von zwei Klammern in einem Produkt Sonderfall: Binomische Formeln	$(2a - b)^2$ $x^2 - 8x + 16$	$(3a - b) \cdot (4b + 2a)$
	Faktorisieren bei binomischen Formeln		$x^2 + x + \frac{1}{4}$
	Verhältnisgleichungen	$\frac{x}{3} = \frac{1}{2}$  $\frac{x}{5} = -4$	$\frac{x+4}{3} = \frac{1}{2}$ $\frac{3}{x} = \frac{4}{7}$  Gleichungen der Form $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nach allen Parametern auflösen
8	Gleichungen mit einer Variablen (Kapitel 1)	$3 \cdot x = 8$ $8 = -3 \cdot x$ $3x + 4 = 8$ $\frac{1}{4} \cdot x = -3$	$x + 5 = \frac{1}{3} \cdot x - 7$  $6 \cdot x + 4 = \frac{1}{2} \cdot x - 7$  $-10 + x = x - 1$
8	Lineare Gleichungssysteme (Kapitel 5)	$\begin{cases} x = y + 1 \\ y + x = 5 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - 8 = 2y \\ -4x + y = -9 \end{cases}$  Lösungswege: Tabelle, Graph, Gleichsetzungsverfahren Einsetzungsverfahren

Jg	Thema	im Kopf	„zu Fuß“ (mit Notizen)
9	Reelle Zahlen (Kapitel 1)	Abschätzen von Wurzeln, z.B. $\sqrt{13}$ liegt zwischen 3 und 4, da $3^2 < 13 < 4^2$  $\sqrt{121}, \sqrt{144}, \sqrt{400}, \sqrt{625}$ $4\sqrt{3+5}, \sqrt{3-\sqrt{3}}$ $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$ $\sqrt{\frac{49}{25}}$ $\sqrt{3b} \cdot \sqrt{12b}$	Teilweises Radizieren $\sqrt{18}$  $(4 \cdot \sqrt{2})^2$ $\frac{\sqrt{20x \cdot y^3}}{\sqrt{5x \cdot y}}$
9	Quadratische Funktionen (Kapitel 2)  Wechsel zwischen den Darstellungsformen	$f(x) = x^2 + 8x$ $\Downarrow \Uparrow$ $f(x) = x \cdot (x+8)$  $f(x) = x^2 - \frac{3}{4} \cdot x$ $\Downarrow \Uparrow$ $f(x) = x \cdot (x - \frac{3}{4})$	$f(x) = x^2 - 5x + 1$ $\Downarrow \Uparrow$ $f(x) = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{21}{4}$  $f(x) = (x-5)(x+1)$ $\Downarrow \Uparrow$ $f(x) = x^2 - 4x - 5$
9	Lösen quadratischer Gleichungen (Kapitel 2) Ausklammern Linearfaktorzerlegung/ Satz von Vieta Quadratwurzeln ziehen Quadratische Ergänzung / p-q-Formel	$x^2 - 5x = 0$  $3(2x-1)(2+x) = 0$	$2x^2 + 6x = 0$ $(x+2)^2 - 5 = 0$ $3x^2 - 18 = 0$ $x^2 - 2x + 5 = 0 \quad L = \{ \}$
9	Satz des Pythagoras (Kapitel 4)		Gleichungen wie z.B. $a^2 + b^2 = c^2$ nach allen Parametern auflösen
10	Trigonometrie (Kapitel 1)	$\sin(\alpha)/\cos(\alpha)$ für $\alpha=0^\circ, 90^\circ,$ $270^\circ, 720^\circ, \pi, 2\pi$ etc.  Bogenmaß $\leftrightarrow$ Gradmaß für einfache Winkel	Sinus- und Cosinuswerte mithilfe des Einheitskreises auf genannte Werte zurück führen, z.B. $\sin(20^\circ) \approx 0,342$ $\Rightarrow \sin(380^\circ) \approx 0,342,$ $-\sin(-20^\circ) \approx -0,342$
10	Potenzgesetze (Kapitel 2) Ausdrücke berechnen und vereinfachen  Potenz mit rationalem Exponenten als Wurzel darstellen	$(-2)^3 \quad 2^{-3}$ $a^3 \cdot a^6 \quad a^4 \cdot b^4 \quad a^{-3} \cdot a^6$ $3,45 \cdot 10^{-3}$ $a^4 : a^7 \quad a^3 : b^3 \quad a^5 : a^{-3}$ $(a^4)^5 \quad (2^n)^3$ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$	
10	Potenzgleichungen (Kapitel 2)	$x^4 = 16$ $x^3 = 64$	$500 + x^3 = 157$
10	Exponentialgleichungen (Kapitel 4)	$2^{x+1} = 64$	$3^{4x-5} = 27$
10	Logarithmen (Kapitel 4)	$\log_2(64)$ $\log_7(\sqrt{7})$ $\log_b(25) = 2$	$\log_3(9^4)$

### Funktionale Zusammenhänge

7	Zuordnungen	Tabelle aus Graph und umgekehrt erstellen Tabelle zu Term erstellen, Terme auswerten
8	Lineare Funktionen	Graph zu Funktionsterm erstellen (ohne Tabelle) Funktionsterme zu Geraden bestimmen (durch Berechnung von m und Ablesen von b vom Graphen oder Berechnung mittels Punktprobe) Funktionsterm aus zwei Punkten erstellen (einfache Fälle) Punktprobe
9	Quadratische Funktionen	Graphen skizzieren (Scheitelpunktform $f(x)=a(x-u)^2+v$ und faktorisierte Form), Term und Graph zuordnen dem Funktionsterm Informationen über den Graphen entnehmen Punktprobe
10	Exponentialfunktionen	Darstellungswechsel rekursiv $\leftrightarrow$ explizit rekursive Terme auswerten Graphen zu Termen der Form $ab^x$ skizzieren ( $b>0$ ) Funktionsterm zu Graphen bzw. zwei Punkten erstellen (für einfache Parameterwerte und Punkte) Punktprobe
10	Beschränktes Wachstum	rekursive Terme auswerten
10	Sinusfunktion	einfache Funktionsgraphen hilfsmittelfrei skizzieren Funktionsterme zu Graphen erstellen